AN ALTERNATIVE CONCEPT OF FUZZY FUNCTIONAL DEPENDENCY BY USING CONDITIONAL PROBABILITY

Rolly Intan
Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Informatika - Universistas Kristen Petra
e-mail: rolly@es.meiji.ac.jp

ABSTRAK: Sebuah alternatif konsep dari *Fuzzy Functional Dependency* (FFD) berdasarkan teori *conditional probability* diperkenalkan beberapa properties dan *conditional probability* dalam hubungannya dengan *fuzzy sets* didiskusikan. *Conditional probability* dan dua *fuzzy sets* dipertimbangkan untuk menentukan derajat kesamaan dan dua *fuzzy sets*. Berdasarkan konsep ini ini, diperkenalkan sebuah alternatif konsep dari FFD.

Kata kunci: *fuzzy sets, fuzzy functional dependency, fuzzy relational database, conditional probability.*

ABSTRACT : *This paper proposes an alternative concept of Fuzzy Functional Dependency (FFD) based on the theory of conditional probability. We examine some properties of conditional probability and its relation with fuzzy sets. Moreover, approximate conditional probability of two fuzzy sets can be considered to determine the degree of similarity between two fuzzy sets. Based on this property, we propose an alternative concept of FFD and prove that it satisfies classical/crisp relational database.*

Keywords: fuzzy sets, fuzzy functional dependency, fuzzy relational database, conditional probability.

1. PENDAHULUAN

Relational Database (RD) diperkenalkan pertama kali oleh Codd [1] pada tahun 1970. Namun pada tahun 1982, Bucklet dan Petry [2] mengembangkannya menjadi *Fuzzy Relational Database* (FRD) dengan maksud agar RD tidak hanya mampu menampilkan atau memproses informasi yang akurat dan lengkap (*precise, complete or crisp information*) saja tetapi juga mampu menampilkan dan memproses informasi yang tidak akurat dan tidak lengkap (*imprecise and incomplete information*).

Suatu karakteristik yang sangat penting dan merupakan suatu keunggulan RD didalam menampilkan dan menghasilkan informasi dikenal dengan nama *integrity constraints* (IC). Sebagai contoh, sebuah database mahasiswa yang terdiri dari *domains*, *attributes*, atau *fields*, *ID-Number, Course, Term* dan *Grade,* mungkin akan memiliki beberapa *constraints* seperti: "Untuk dapat menentukan *output Grade,* maka dibutuhkan input *ID-Number, Course, Term.",* "Total unit (sks) yang diambil oleh *ID-Number* tertentu didalam *Term* tertentu tidak boleh lebih dari 24 units.", "Jumlah *Course* yang diambil oleh *ID-Number* tertentu didalam *Term* tertentu tidak boleh lebih dari 6 courses", dan sebagainya. Sejak tahun 1970-an, banyak metoda yang diperkenalkan untuk membantu memproses dan menampilkan IC, seperti Multi-valued Dependency (Fagin, 1977)[3], Joint Dependency (Nicolas, 1978)[4], dan sebagainya. Namun diantara semua metoda, Functional Dependency (FD) (Berstein, Swenson, dan Tsichritzis, 1975)[5] yang lebih dikenal dan umumnya dipakai didalam disain database.

Sebagaimana RD dikembangkan menjadi FRD, maka dirasakan perlu juga untuk mengembangkan FD menjadi FFD, dimana FFD dapat memproses dan menampilkan *Fuzzy Integrity Constraints* (FIC). FIC seperti, "Seseorang yang memiliki pendidik-an semakin tinggi seharusnya menerima gaji yang semakin besar", "Para pekerja yang memiliki kemampuan dan ketrampilan yang hampir sama seharusnya menerima besar gaji yang hampir sama", adalah merupakan hal-hal yang dapat disimpulkan dan dihasil-kan dari RD. Lebih jauh, FIC adalah merupakan suatu konsep dan metoda yang sangat penting untuk menghasilkan *data mining* yaitu dengan menemukan pola yang tersembunyi (*hidden pattern*) didalam RD. *Data Mining* adalah merupakan salah satu step dari proses *Knowledge Discovery in Database* (KDD) yang merupakan salah satu faktor yang sangat penting dalam *Decision Making Process*. Kedua topik ini sekarang menjadi *top level research* didalam berbagai konferensi dan simposium internasional. Berbicara mengenai FFD, berbagai definisi dan notasi telah diperkenalkan sejak tahun 1988. Diantaranya adalah :

- Raju dan Majumdar (1988)[6] mendefinisikan FFD berdasarkan *membership function* sebuah *fuzzy relation*.
- Tripathy (1990)[7] mendefinisikan FFD menggunakan *fuzzy Hamming weight*.
- Kiss (1991)[8] mendefinisikan FFD menggunakan *weighted tuple*.
- G. Chen (1995)[9] mendefinisikan FFD berdasarkan *equality* dari dua *possibility relation*.
- S. Liao (1997)[10] mendefinisikan FFD dengan memperkenalkan *semantic proximity.*

Di dalam penelitian, kami mempelajari hubungan antara *fuzzy sets* dan *conditional probability*. Walaupun disadari bahwa interpretasi *numerical value* pada *fuzzy sets* dan *probability* secara filosofi pada saat keduanya dinyatakan adalah berbeda. Namun, *basic operation intersection* dan *union* pada *membership function* dari *fuzzy sets* yang dioperasikan dengan menggunakan *Minimum* dan *Maximum function* dapat diinterpretasikan sebagai *minimum union* dan *maximum intersection* dua *event* pada *probability theory*. Berdasarkan ini, kami mendefinisikan *approximate conditional probability* dari dua fuzzy sets dan menginterpretasikannya sebagai salah satu metoda untuk menentukan derajat kesamaan dari dua *fuzzy sets*. Selanjutnya dengan menggunakan metoda ini, kami mendefinisikan FFD. Konsep FFD yang kami definisikan sangat berbeda dibandingkan dengan berbagai konsep FFD yang disebutkan pada paragraph sebelumnya. Pertama, hampir semua konsep FFD yang disebutkan pada paragraph sebelumnya didefinisikan dengan memodifikasi konsep FD klasik, melemahkan *equality relation* menjadi *resemblance relation* dan memilih implikasi *operator* yang dianggap paling cocok. Kedua, hampir semua konsep FFD tersebut, hanya menekankan aspek pembuktian secara matematis tetapi sangat lemah didalam aplikasi [11].

2. *PRELIMINARY*

Sebelumnya untuk lebih mudah dimengerti, kami menjelaskan secara singkat dua konsep dasar, *conditional probability* dan *functional dependency*, yang dipakai dan menjadi pusat perhatian didalam paper ini. Selain itu, di bagian ini, kami juga menjelaskan dan memperkenalkan bagaimana fuzzy sets digunakan untuk menyatakan informasi yang tidak akurat (*imprecise information*).

2.1 *Conditional Probability*

Conditional Probability dari sebuah *event* adalah *probability* dari *event* tersebut terjadi jika *event* yang lain telah terjadi. Misalnya, ada hubungan erat antara mendung dan hujan. Tatkala langit telah mendung, maka probability akan turun hujan akan semakin besar dibandingkan jika langit dalam keadaan cerah. Sebaliknya, jika telah turun hujan maka probability langit dalam keadaan mendung akan lebih besar dari probability langit dalam keadaan cerah. Dan juga, probability akan turun hujan jika langit telah mendung dan probability langit mendung jika telah turun hujan tidak harus sama nilainya. Secara matematis, *conditional probability* dapat didefinisikan sebagai berikut :

Definition 2.1 *Given H and D are two events over a sample space U.* $P(H \mid D)$ *is defined as conditional probability for H given D. Relation between conditional and unconditional probability satisfies the following equation*

$$P(H \mid D) = \frac{P(H \cap D)}{P(D)}, \tag{1}$$

where suppose D is an event such that $P(D) \neq 0$.

Secara umum, *conditional probability* memenuhi beberapa axioms sebagai berikut:

1. P (A | B) = 0 jika A dan B ada hubungan (disjoint)
2. P ($\hat{A}$ | B) + P (A | B) = 1,
3. P (B | B) = 1

2.2 *Functional Dependency* (FD)

Functional Dependency adalah salah satu metoda yang banyak digunakan dalam desain database untuk merepresentasikan IC. Secara formal, *functional dependency* didefinisikan sebagai berikut:

Definition 2.2 *Given U is the set of attributes and R is a relation over U. The functional dependency X $\to$ Y holds over R(U) iff:*

$$\forall t_i, t_j \in R, (t_i[X] = t_j[X] \Rightarrow t_i[Y] = t_j[Y], \qquad (2)$$

where $X, Y \subseteq U$ and $t_i[X]$ denotes the restriction of the tuple t_i to the attributes belonging to X.

Sebagai contoh, relasi antara **ID-Number** dan **Name** di dalam database mahasiswa pada universitas tertentu. Karena **ID-Number** adalah *unique* dan **Name** adalah tidak *unique*, dengan kata lain ada kemungkinan di dalam suatu universitas, dua atau lebih mahasiswa yang berbeda memiliki nama yang sama. Dengan demikian, **Name** tidak bisa digunakan untuk menentukan **ID-Number**, sebaliknya **ID-Number** (karena unique) dapat digunakan untuk menentukan **Name**. Sehingga FD-nya adalah : **ID-Number** $\to$ **Name**, dan bukan sebaliknya.

Secara umum, FD memenuhi Arsmstrong's axioms sebagai berikut :

1. Reflexivity: $Y \subseteq X \Rightarrow X \to Y$,
2. Augmentation: (X ® Y and $Z \subseteq U$, where U: set of attributes) $\Rightarrow X \cup Z$ ® Y,
3. Transitivity: (X ® Y and Y ® Z) $\Rightarrow X$ ® Z

2.3 *Fuzzy Sets* dan *Imprecise Data*

Didalam sistem informasi, kita akan menemukan lebih banyak informasi yang tidak akurat (*imprecise information*) dibandingkan dengan informasi yang akurat (*precise information*). Di dalam bagian ini, kami akan memperkenalkan bagaimana fuzzy sets dapat dipergunakan sebagai salah satu alternatif untuk menyatakan atau merepresentasikan informasi. Derajat akurasi sebuah informasi terletak diantara dua kutub, dari *Total Ignorance* (TI) (istilah untuk menyatakan informasi yang paling tidak akurat, *the most imprecise information*) dan *Crisp* (istilah untuk menyatakan informasi yang paling akurat, *the most precise information*). Dalam hal ini, fuzzy sets sebagai suatu alternatif yang dapat digunakan untuk menyatakan dan merepresentasikan sebuah informasi dari TI sampai dengan *crisp* sebagaimana didefinisikan pada definisi berikut ini.

Definition 2.3 *Let U be universal set, where U={u_1,u_2,...,u_n}. Total ignorance(TI) over U and crisp of $u_i \in U$ are defined as:*

$$TI(U) = \{\frac{1}{u_1}, \ldots, \frac{1}{u_n}\}, \qquad (3)$$

$$Crisp(u_i) = \{\frac{0}{u_1}, \ldots, \frac{0}{u_{i-1}}, \frac{1}{u_i}, \frac{0}{u_{i+1}}, \ldots, \frac{0}{u_n}\}, \qquad (4)$$

respectively.

Sebagai contoh, ketika si A membuat perjanjian dengan si B untuk bertemu. Si A menanyakan si B bahwa jam berapa kita akan bertemu. Si B menjawab *terserah* anda. Dengan jawaban ini berarti bagi si B jam berapapun dia bisa bertemu. Dengan kata lain si B tidak ada *preference* dalam menentukan waktu pertemuan. Dalam hal ini, jawaban si B digolongkan dalam TI (*the most imprecise answer*) dinyatakan dengan memberikan nilai 1 (nilai *membership function*) untuk ke-24 jam pada besok. Tetapi, katakanlah si B menjawab .kira-kira jam 14.00., maka jawabannya tetap *imprecise* dan sebagai contohnya dinyatakan sbb :

Kira-kira jam 14.00 = $\{\frac{0.3}{13.00}, \frac{0.7}{13.30}, \frac{1}{14.00}, \frac{0.7}{14.30}, \frac{0.3}{15.00}\}$.

Dimana derajat *preference* yang paling tinggi adalah jam 14.00. Semakin jauh dari jam 14.00, nilai *membership function*-nya akan semakin kecil. Tetapi andaikata si B menjawab .tepat jam 14.00., maka jawabannya adalah *crisp* dan dinyatakan dengan fuzzy set sebagai berikut :

Jam 14.00 = $\{\frac{1}{14.00}\}$, dimana *membership function* dari semua alternatif jam bernilai 0, kecuali jam 14.00 bernilai 1.

3. CONDITIONAL PROBABILITY DUA FUZZY SETS

Conditional Probability event H jika *event D* terjadi, didefinisikan secara matematis seperti dinyatakan dalam Definition 2.1, sebagai berikut:

$$P(H \mid D) = \frac{P(H \cap D)}{P(D)}.$$

Yang menjadi permasalahan utama di dalam mengkalkulasikan P($H|D$) adalah bagaimana menentukan atau menginterpretasikan nilai $P(H \cap D)$ yaitu probability intersection antara H dan D serta bagaimana hubungannya dengan *membership function* pada fuzzy sets jika ingin menghitung *conditional probability* dua *fuzzy sets.*

Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya di Pedahuluan bahwa secara filosofi, *numerical value* antara *fuzzy set* dan *probability* memiliki arti yang berbeda. Numerical value pada fuzzy set lebih diinterpretasikan sebagai suatu derajat kesamaan (*similarity*) atau kesukaan (*preference*). Sehingga operasi dasar seperti Union$(\cup)$, Intersection$(\cap)$, dan Complement $(\neg)$ pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965 [12] dinyatakan sebagai berikut :

$$(A \cup B)(u) = \max[A(u), B(u)],$$

$$(A \cap B)(u) = \min(A(u), B(u)),$$

$$\neg A(u) = 1 - A(u).$$

Sebaliknya numerical value dari kejadian sebuah event di dalam probability theory, secara proporsional tergantung dari jumlah kemungkinan (cara) event tesebut dapat terjadi. Dimana nilai *probability* dari setiap kemungkinan (cara) dinyatakan dalam sebuah *function* yang disebut *basic probability assignment* sebagai berikut :

$$P(u) = \frac{1}{|U|},\ \forall u \in U,$$

dimana *U* adalah *universal set* dari semua kemungkinan (cara).

Intersection dua *events* dapat diartikan sebagai jumlah kemungkinan (cara) yang sama dari kedua *events* supaya terjadi. Misalnya *event A* kemungkinan dapat terjadi dengan cara {cara-1, cara-3, cara-7, cara-8, cara-10, cara-14}. Event B dapat terjadi dengan cara {cara-5, cara-7, cara-9, cara-14, cara-18, cara-19, cara-20}. Misalnya total semuanya ada 20 cara, dimana U={cara-1,…,cara-20}. Dengan demikian kita bisa menghitung *probability*-nya sbb: P(A) = 6/20, P(B) = 7/20, $P(A \cap B) = 2/20$, $P(A \cup B) = 11/20$.

Permasalahannya, di dalam situasi dimana kita tidak memiliki informasi jelas seperti pada contoh diatas, nilai *probability intersection* antara dua *events* dapat diinterpretasikan sbb :

- Minimum probability of intersection :
  $P(H \cap D)_{\min} = \max(0, P(H) + P(D) - 1)$,
- Independent probability of intersection :
  $P(H \cap D)_{ind} = P(H) \bullet P(D)$,
- Maximum probability of intersection :
  $P(H \cap D)_{\max} = \min(P(H), P(D))$.

Sedangkan nilai probability union antara dua events dapat dinteretasikan sbb :

- Minimum probability of union :
  $P(H \cup D)_{\min} = \max(P(H), P(D))$,
- Independent probability of union :
  $P(H \cup D)_{ind} = P(H) + P(D) - P(H) \bullet P(D)$,
- Maximum probability of union :
  $P(H \cup D)_{\max} = \min(1, P(H) + P(D))$.

Dalam hal ini, terlihat bahwa *intersection operation* pada *fuzzy sets* memiliki kesamaan operasi dengan *maximum probability of intersection*, sebaliknya *union operation* pada *fuzzy set*s memiliki kesamaan operasi dengan *minimum probability of union*. Sebagai tambahan referensi, hubungan antara fuzzy sets dan probability, dapat dilihat pada papers, Dubois and Prade[15], Zadeh [13,14]. Dengan berdasarkan asumsi dasar ini, kami memperkenalkan *approximate conditional probability of two fuzzy sets* yang didefinisikan sbb :

Definition 3.1 *Let* $f = \{c_1^f/u_1, \ldots, c_n^f/u_n\}$ *and* $g = \{c_1^g/u_1, \ldots, c_n^g/u_n\}$ *are two fuzzy sets over U={u_1, u_2, ..., u_n}.* P(*f*| *g*) *is defined as conditional probability for f given g.*

- *Based on minimum probability of intersection:*

$$P(f \mid g) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \max(0, \chi_i^f + \chi_i^g - 1)}{\sum_{i=1}^{n} \chi_i^g}. \quad (5)$$

It can be proved that,

$$P(f|f) \le 1,$$

$$P(\bar{f}|g) + P(f|g) \le 1.$$

- *Based on independent probability intersection :*

$$P(f \mid g) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \chi_i^f \bullet \chi_i^g}{\sum_{i=1}^{n} \chi_i^g}. \quad (6)$$

It can be proved that,

$$P(f|f) \le 1,$$

$$P(\overline{f}|g) + P(f|g) = 1.$$

- *Based on maximum probability intersection:*

$$P(f \mid g) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \min(\chi_i^f, \chi_i^g)}{\sum_{i=1}^{n} \chi_i^g}. \quad (7)$$

It can be proved that,

$$P(f|f) = 1,$$

$$P(\overline{f}|g) + P(f|g) \ge 1.$$

Khususnya untuk interpretasi pada persamaan (7), prinsipnya sama dengan *fuzzy relative cardinality* (Dubois and Prade, 1982 [16]), seperti yang dinyatakan pada persamaan berikut ini :

$$I(F,G) = \frac{|F \cap G|}{|F|},$$

dimana $|F| = \sum_u m_F(u)$ dan *intersection* didefinisikan sebagai *minimum function*. Kosko[17] menunjukan analogi antara I(*F*,*G*) dengan conditional probability P(*A*|*B*), dimana B dan F adalah setara.

Sebagai contoh, *warm* dan *about-40^{0}C* adalah dua *fuzzy sets* yang menyatakan kondisi suhu dalam derajat celcius, dimana *membership function* keduanya misalnya sbb:

warm ={0.3/37, 0.5/38, 0.8/39, 1/40, 1/41, 0.8/42, 0.5/43, 0.3/44},

about-40 ={0.3/38, 0.7/39, 1/40, 0.7/41, 0.3/42}.

Dengan persamaan pada Definition 3.1, conditional probability dari kedua fuzzy sets adalah sbb :

- *Based on minimum probability of intersection :*
  P(*warm*|*about-40*)=2.3/3,
  P(*about-40*|*warm*)=2.3/5.2.
- *Based on independent probability of intersection :*
  P(*warm*|*about-40*)=2.65/3,
  P(*about-40*|*warm*)=2.65/5.2.
- *Based on maximum probability of intersection :*
  P(*warm*|*about-40*)=1,
  P(*about-40*|*warm*)=3/5.2.

4. *FUZZY FUNCTIONAL DEPENDENCY*

Bagian ini merupakan bagian utama dari paper ini. Di dalam bagian ini, kami memperkenalkan konsep FFD dengan berdasarkan konsep *approximate conditional probability* dua *fuzzy sets* sebagaimana yang didiskusikan pada bagian sebelumnya. Rumusan FFD berdasarkan conditional probability didefinisikan sebagai berikut :

Definition 4.1 *Given U is the set of attributes and R is a relation over U. The fuzzy functional dependency $X \sim\rightarrow Y$ holds over R(U) iff:*

$$\forall x \in X, \forall y \in Y,$$

$$\text{If } t(x,y) \in R \text{ then } PR(x|y) \le PR(y|x). \quad (9)$$

Here $X, Y \subseteq U$, t denotes the restriction of the tuple in relation R and PR*(x|y) is called the conditional probability relation for x given y. If there are n tuples in R, then :*

$$PR(x \mid y) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \min(P(x \mid t_i(X)), P(y \mid t_i(Y)))}{\sum_{i=1}^{n} P(y \mid t_i(Y))}, \quad (10)$$

where $t_i(X)$ and $t_i(Y)$ denote the restriction of the tuple t_i to the attributes belonging to X and Y, respectively.

Let X={$a_1, a_2, \ldots, a_m$}, $x_i = \{c_1^i / a_1, \ldots, c_n^i / a_n\}$, and $x_k = \{c_1^k / a_1, \ldots, c_n^k / a_n\}$ then:

$$P(x_i \mid x_k) = \frac{\sum_{l=1}^{m} \min(\chi_l^i, \chi_l^k)}{\sum_{l=1}^{m} \chi_l^k}. \quad (11)$$

where x_i and x_k are two fuzzy sets over X. Pertimbangan menggunakan persamaan (11) yaitu *approximate conditional probability* dua *fuzzy sets* berdasarkan *maximum probability intersection* (hubungan dengan persamaan (7)) untuk menghitung P($x|t_i(X)$) dan juga P($y|t_i(Y)$) pada persamaan (10) dengan tujuan utama untuk memperoleh dan menghitung derajat kesamaan (*similarity*) antara dua *fuzzy sets*, serta menghasilkan *similarity classes* yaitu *class* atau *group* dimana element-elementnya memiliki kesamaan pada derajat tertentu.

Example 4.1 Diberikan sebuah relation *R(X, Y)* sebagaimana terlihat pada Tabel 4.1 dibawah ini.

Tabel 4.1 Relation R(X,Y)

Rec	*X*	*Y*
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
3	x_3	y_1
4	x_1	y_1
5	x_2	y_2
6	x_4	y_2

Dengan menggunakan persamaan 10 pada Definition 4.1, perbandingan antara P(x1|y1) dan P(y1|x1) dihitung sebagai berikut:

Tabel 4.2 Relation R(X=x_1,Y=y_1)

Rec	$X=x_1$	$Y=y_1$	$X=x_1$ and $Y=y_1$
1	$P(x_1\|x_1)=1$	$P(y_1\|y_1)=1$	min(1,1)=1
2	$P(x_1\|x_2)=0$	$P(y_1\|y_2)=0$	min(0,0)=0
3	$P(x_1\|x_3)=0$	$P(y_1\|y_1)=1$	min(0,1)=0
4	$P(x_1\|x_1)=1$	$P(y_1\|y_1)=1$	min(1,1)=1
5	$P(x_1\|x_2)=0$	$P(y_1\|y_2)=0$	min(0,0)=0
6	$P(x_1\|x_4)=0$	$P(y_1\|y_2)=0$	min(0,0)=0
$\sum$	**2**	**3**	**2**

Dari Tabel 4.2, PR $(x_1|y_1) = 2/3 < PR(y_1|x_1) = 2/2 = 1$. Dari hasil diatas dapat ditarik kesimpulan bahwa dengan mengetahui $X=x_1$, maka pasti akan menghasilkan $Y=y_1$. Sebaliknya dengan mengetahui $Y=y_1$, maka kemungkinan menghasikan $X=x_1$ adalah sama dengan 2/3. Kesimpulan ini dapat diaplikasikan dalam berbagai aplikasi.

Seperti, katakanalah ada dua events (kejadian), A dan B, dimana jika diketahui kejadian A terjadi maka pasti B juga terjadi, sebaliknya jika diketahui kejadian B terjadi, belum tentu kejadian A akan terjadi (misalnya A akan terjadi dengan nilai probabilitas 2/3).

Dengan cara yang sama diperoleh :
$PR(x_2|y_2)=2/3 < PR(y_2|x_2)=2/2=1$,
$PR(x_3|y_1)=1/3 < PR(y_1|x_3)=2/2=1$,
$PR(x_4|y_2)=1/3 < PR(y_2|x_4)=2/2=1$.
Dari semua hasil perhitungan di atas dengan berdasarkan persamaan (9), ditarik kesimpulan : $X\sim\rightarrow Y$ (dibaca : X menentukan Y).

5. KESIMPULAN

Di dalam paper ini, kami telah memperkenalkan secara singkat suatu alternatif konsep FFD berdasarkan teori *conditional probability*. Untuk lebih jelas dan lengkap, pembaca dapat membaca dari beberapa papers kami [18,19,20] dimana beberapa properties dan aplikasi yang menarik sehubungan dengan FFD dibahas dan didiskusikan, seperti: pembuktian FFD memenuhi *Armstrong rules*, *partial* FFD, *application of approximate data reduction*, dan *application of approximate join and Data querying*. Selain itu dengan menggunakan conditional probability relation, kami juga memperkenalkan suatu extended and generalized concept of fuzzy relational database pada paper [21].

DAFTAR PUSTAKA

1. Codd, E.F., `A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks', *Communications of The ACM 13(6)*, 1970, pp.~377-387.

2. Buckles, B.P., Petry, F.E., `A Fuzzy Representation of Data for Relational Database', *Fuzzy Sets and Systems, 5*, 1982, pp.~213-226.

3. Fagin, R., `Multi-valued Dependencies and a New Normal Form for Relational Database', *ACM Transactions on Database Systems 2(3)*}, 1977, pp.~262-278.

4. Nicolas, J.M., `Mutual Dependencies and Some Results on Undecomposable Relations', *Proceedings of The VLDB Conference*, Berlin, September 13-16 1978, pp.~360-367.

5. Bernstein, P.A., Swenson, J.R., \& Tsichritzis. D.C., `A Unified Approach to Functional Dependencies and Relation', *Proceedings of the ACM SIGMOD Conference*, San Jose, May 14-16, 1975, pp.~237-245.

6. Raju, K.V.S.V.N., & Majumdar, A.K., `Fuzzy Functional Dependencies and Lossless Join Decomposition of Fuzzy Relational Database Systems', *ACM*

Transactions on Database Systems, 13(2), 1988, pp.~129-166.

7. Tripathy, R.C., Saxena, P.C., `Multi-valued Dependencies in Fuzzy Relational Database', *Fuzzy Sets Systems 38 (3),* 1990, pp.~267-280.

8. Kiss, A. ` ***l*** -Decomposition of Fuzzy Relational Database', *Annales Univ. Sci. Budapest., Sect. Comp. 12*, 1991, pp.~133-142.

9. Chen, G.Q., `Fuzzy Functional Dependencies and a Series of Design Issues of Fuzzy Relational Database'. *Fuzziness in Database Management Systems*, Heidelberg: Physical Verlag, 1995, pp.~166-185.

10. Liao, S.Y., Wang, H.Q., Liu, W.Y., `Functional Dependencies with Null Values, and Crisp Values', *IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 7, No. 1,* February 1999, pp.~97-103.

11. Bosc, P., Dubois, D., & Prade, H., `Fuzzy Functional Dependencies and Redundancy Elimination', *Journal of The American Society for Information Science 49(3)*, 1998, pp.~217-235.

12. Zadeh, L.A., `Fuzzy Sets', *Information and Control, 8*, 1965, pp.~338-353.

13. Zadeh, L.A., `Probability Measures and Fuzzy Events', *J. Math. Analysis and Application, 23}*, 1968, pp.~421-427.

14. Zadeh, L.A., `Fuzzy Probabilities', *Information Processing and Management, 20(3),* 1984, pp.~363-372.

15. Dubois, D., Prade, H., `A Unifying View of Comparison Indices in a Fuzzy Set-Theoretic Framework', *Fuzzy Sets and Possibility Theory-Recent Developments*, Pergamon Press, 1982, pp.~1-13.

16. Dubois, D., Prade, H., `Fuzzy Sets and Probability : Misunderstandings, Bridges and Gaps', *Proc. Second IEEE Intern. Conf. on Fuzzy Systems, San Francisco,* 1993, pp.~1059-1068.

17. Kosko, B., `Fuzziness vs. Probability', *Int. J. of General Systems, Vol. 17,* 1990, pp.~211-240.

18. Intan, R., Mukaidono, M., 'A proposal of FFD based on Conditional Probability', *Proceeding of Fuzzy Systems Symposium XVI,* Akita-Japan, September 6-8, 2000, pp.~199-202.

19. Intan, R., Mukaidono, M., 'Application of Conditional Probability in Constructing Fuzzy Functional Dependency (FFD)', *Proceeding of The Fourth Asian Fuzzy Systems Symposium*, Tsukuba-Japan May 31-June 3, 2000, pp. ~271-276.

20. Intan, R., Mukaidono, M., 'Fuzzy Functional Dependency and its Application to Approximate Data Querying', *Proceeding of International Database Engineering and Applications Symposium 2000*, IEEE publisher, Yokohama-Japan, September 18-20, 2000, pp.~47-54.

21. Intan, R., Mukaidono, M., `Conditional Probability Relations in Fuzzy Relational Database', *Proceeding of the Second International Conference on Rough Sets and Current Trends in Computing (RSCTC),* Banff-Canada, October 16-19, 2000, pp.~213-222.

22. *Lecturer Notes in Artificial Intelligence*, Springer-Verlag, to be appeard.