PENGGUNAAN ALGORITMA GENETIKA UNTUK PEMILIHAN PORTFOLIO SAHAM DALAM MODEL MARKOWITZ

Wawan Taufiq N.
Prasetiya Business School, Jakarta
e-mail: wawant@unocal.com

Silvia Rostianingsih
Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Informatika, Universitas Kristen Petra
e-mail: silvia@peter.petra.ac.id

ABSTRAK: Teori portofolio modern mendasarkan teorinya pada asumsi bahwa investor bertindak secara rasional dengan memilih proporsi asetnya dalam sebuah portofolio sedemikian rupa sehingga dapat meminimalkan resiko dan memaksimalkan *return*. Dalam *paper* ini penulis mencoba menyajikan penggunaan algoritma genetika (*Genetic Algorithm*/GA) untuk optimasi pemilihan portofolio saham dalam model markowitz dengan cara merepresentasikannya sebagai kumpulan portofolio yang efisien (*the efficient set portofolio*). GA merepresentasikan kumpulan yang effisien ini dengan menggunakan representasi tidak langsung untuk menghindari solusi yang tidak *feasible* dan fungsi penalti. Dari hasil yang telah diimplementasikan dapat disimpulkan bahwa GA dapat digunakan sebagai salah satu metode yang cukup berhasil dalam menemukan titik optimum dari sebuah portofolio.

Kata kunci: markowitz, teori portofolio, algoritma genetika.

***ABSTRACT**: Modern portfolio theory is based on asumption that investor can choose his proportion asset in portfolio, so they can minimize the risk and maximize the return. This paper presents the use of genetic algorithm (GA) to optimize the choice of share portfolio in markowitz model by representing the efficient set portfolio. GA represent the efficient set using undirect representation to avoid infeasible solution and penalty function. From the implementation, it can be concluded that GA is one of methods which is able to obtain optimum point from portfolio.*

***Keywords**: markowitz, portofolio theory, genetic algorithm.*

PENDAHULUAN

Tujuan dasar dari investasi adalah untuk mendapatkan *return* setinggi mungkin dengan resiko serendah mungkin. Untuk mengurangi resiko ini para investor melakukan diversifikasi investasinya ke dalam beberapa aset berbeda untuk menghasilkan kombinasi yang optimal. Ide "kombinasi yang optimal" ini sangat penting, yang dirupakan ke dalam beberapa aset harus dikelola sebagai sebuah kesatuan. Diversifikasi ini kemudian menjadi dasar bagi berkembangnya teori-teori portofolio modern yang pertama kali digagas oleh Harry Markowitz pada tahun 1952 yang kemudian meraih nobel dibidang ekonomi dengan penelitiannya ini.

Sebelum Markowitz [5], para investor belum memiliki konsep yang gamblang tentang *risk and return*. Secara intuitif, investor tahu bahwa diversifikasi adalah cara yang cerdas untuk "tidak menaruh telur ke dalam satu keranjang". Tetapi Markowitz-lah yang pertama kali secara formal memperkenalkan konsep diversifikasi portofolio dengan melakukan perhitungan secara kuantitatif. Secara kuantitatif, Markowitz menunjukan bagaimana diversifikasi portofolio dapat meminimalkan resiko. Resiko portofolio bukanlah sekedar merupakan rata-rata tertimbang (*weighted average*) dari tiap-tiap saham/aset dalam portofolio, tetapi harus juga dipertimbangkan adanya hubungan diantara saham-saham tadi. Konsep statistik yang penting disini adalah koefisien *correlation* dan *covariance*.

Tabel 1. Tingkat Return Periode 93-98 untuk Dua Saham A dan B, dengan Proporsi Masing-Masing 50%, dimana Correlationnya adalah +1.0

Tahun	Saham A	Saham B	Portofolio AB
1993	0.36	0.36	0.36
1994	-0.12	-0.12	-0.12
1995	-0.1	-0.1	-0.1
1996	0.34	0.34	0.34
1997	-0.06	-0.06	-0.06
1998	0.3	0.3	0.3
AV. Return	0.12	0.12	**0.12**
St. Dev	0.215	0.215	**0.215**

Tabel 1 menunjukkan ilustrasi bagaimana diversifikasi dua saham A dan B dengan korelasi +1.0 ternyata hasil rata rata *return* dan resiko (standard deviasi)-nya persis sama dengan hasil masing masing saham secara individu. Dengan kata lain, kombinasi ini ternyata tidak mendapatkan hasil yang diharapkan, karena tidak menurunkan resiko.

Tabel 2. Tingkat Return Periode 93-98 untuk Dua Saham A dan C, dengan Proporsi Masing-Masing 50%, dimana Correlationnya adalah -1.0

Tahun	Saham A	Saham C	Portofolio AC
1993	0.36	-0.12	0.12
1994	-0.12	0.36	0.12
1995	-0.1	0.34	0.12
1996	0.34	-0.1	0.12
1997	-0.06	0.3	0.12
1998	0.3	-0.06	0.12
AV.Return	0.12	0.12	**0.12**
St. Dev	0.215	0.215	**0.000**

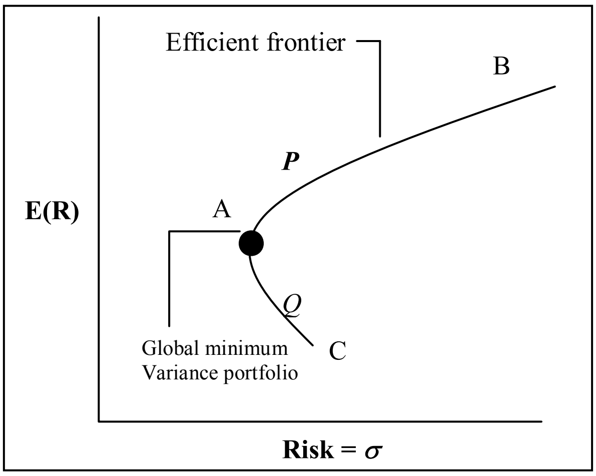
Berbeda dari tabel 1, dalam tabel 2, terlihat bagaimana diversifikasi dua saham A dan C dengan korelasi -1.0 meskipun menghasilkan *Average return* sama dengan *average return* individual, tetapi ternyata resikonya jauh lebih kecil, yakni 0. Hal ini menunjukan bagaimana pemilihan kombinasi yang tepat dapat mengurangi resiko.

MEMILIH PORTOFOLIO BERDASARKAN PRINSIP MARKOWITZ

Pendekatan Markowitz dalam memilih portofolio adalah bahwa investor harus mengevaluasi portofolio berdasarkan *return* yang diharapkan dan resiko yang diukur dari standar deviasi. Markowitz kemudian menurunkan konsep yang disebut *efficient portfolio,* yang didefinisikan sebagai portofolio yang mempunyai resiko terkecil untuk *expected return* yang sama, atau *expected return* terbesar untuk tingkat resiko yang sama.

Untuk memulai analisis terlebih dulu mendefinisikan *risk-return opportunities* yang tersedia buat investor untuk sekumpulan saham. Gambar 1 menggambarkan sejumlah kemungkinan portofolio yang ada untuk sejumlah saham. Kemungkinan kombinasi tersebuat sangat banyak mengingat jumlah alokasi untuk tiap saham bisa sangat bervariasi. Semua kombinasi tidak perlu dicoba karena yang perlu diperhatikan hanyalah portoflio yang berada dalam *"efficient set"*.

Aset-aset yang ada dalam gambar 1, menghasilkan sekumpulan kombinasi yang mungkin (*opportunity set*). *Opportunity set* ini adalah keseluruhan portofolio yang bisa ditemukan dalam sebuah kelompok yang terdiri dari n-saham. Namun demikian, investor yang cenderung menghindari resiko hanya akan tertarik ke portofolio yang mempunyai resiko terkecil untuk level *return* yang sama.



Gambar 1. Kumpulan Portofolio yang Efisien

Di dalam model markowitz, jumlah tertimbang dari nilai-nilai dalam matriks *covariance* tingkat *return* merupakan representasi dari keseluruhan varian, σ_{rp}^2, dari sebuah portofolio. Misalkan n adalah jumlah saham dalam portofolio, xr adalah proporsi uang/*resource* yang dialokasikan untuk saham i (*negative* untuk menunjukkan *short positions*), $E(r^*_p)$ adalah tingkat *return* yang diharapkan, dan $E(r_j)$ adalah tingkat *return* untuk setiap saham. Persamaan untuk *efficient set portofolio* adalah :

$$min\ \sigma(r_p)^2 = \sum_{j=1}^{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i x_j Cov(r_i, r_j)) \quad (1)$$

dengan konstrain berikut:

(1) $E(r^*_p) = \sum_{j=1}^{N} x_j E(r_j)$

(2) $1.0 = \sum_{j=1}^{n} x_j$

Dengan menggunakan persamaan 1, dapat dihitung sebuah portofolio dengan *variance* (resiko) yang paling kecil, untuk setiap tingkat *return* yang dikehendaki investor. Dengan sebuah *minimum-variance* tertentu, *minimum-variance frontier* dapat diplot seperti dalam gambar 1. Titik A merupakan *global minimum minimum-variance* karena tidak ada *minimum-variance* lain yang mempunyai resiko lebih kecil. Segmen bawah AC akan didominasi oleh segmen atas AB. Sebagai contoh portofolio p mempunyai tingkat return yang lebih tinggi dari portofolio q dengan tingkat resiko yang sama, sehingga investor akan selalu lebih memilih p. Segmen AB ini yang kemudian dikenal sebagai *efficient set of portofolio.*

Solusi dari model markowitz bergantung dari bobot portofolio atau proporsi uang/*resource* yang ditanamkan ke masing-masing saham dalam portofolio. Karena standar deviasi, *expected return* dan *covariance* adalah input dalam analisis model markowitz, maka bobot portofolio adalah satu satunya variabel yang bisa dimanipulasi untuk mencari titik maksimal portofolio.

IMPLEMENTASI DALAM ALGORITMA GENETIKA (GA)

Solusi GA untuk menyelesaikan *efficient set problem* ini adalah dengan sedikit mengubah masalah agar GA dapat menemukan kumpulan portofolio yang efisien dari semua portofolio yang potensial. Setiap individu dalam populasi GA merepresentasi-kan sebuah alokasi *resource* portofolio. *User* akan memilih seberapa besar resiko dan tingkat return yang diharapkan dengan menggunakan konstanta-konstanta yang digunakan dalam *fitness function*:

$$\left(\frac{\gamma}{\sigma(r_p)^2}\right)^{\alpha}(E(r_p)-E(r^*_p))^{\delta} \qquad (2)$$

Dimana α,γ, δ ditentukan oleh *user*, $E(r_p)$ merupakan tingkat *return* yang diharapkan dari sebuah portofilio yang direpresentasikan oleh indi-vidu dalam populasi GA, dan $E(r^*_p)$ adalah r*eturn* yang diharapkan oleh *user*.

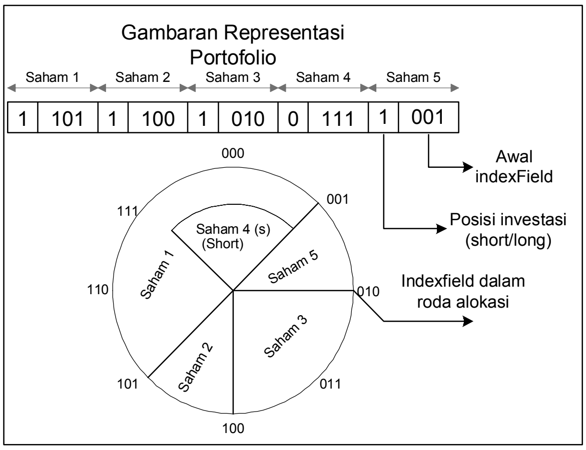
Efficient set problem sebenarnya adalah sebuah problem alokasi *resource* (*allocation problem*), representasi langsung dari alokasi *resource* oleh individu anggota populasi tidak akan bekerja dengan baik. Representasi model ini menghasilkan banyak solusi yang tidak *feasible* di tiap generasi, dimana jumlah alokasi tidak akan sama dengan 1.0.

Representasi struktur data yang dipakai disini mempunyai sebuah *field* tunggal k+1 untuk setiap saham. Bit pertama menunjukan apakah opsi investasi terhadap saham tersebut *short* atau *long buy*. Sisa bit yang lain digunakan sebagai indeks pada sebuah roda alokasi (*allocation wheel*), seperti terlihat dalam gambar 2. Secara konsep[1], roda ini mere-presentasikan uang/*resources* yang akan dialoka-sikan, dan dibagi ke dalam 2^k bagian yang sama, setiap bagian di-indeks oleh k-bit nilai binary. Total proporsi uang/*resources* yang dialokasian untuk setiap saham posisi *long* dihitung dari proporsi roda diantara indeks saham tersebut dan indeks dari posisi *long* selanjutnya ditambah dengan proporsi dari ber-apapun blok posisi *short* yang disertakan (gambar 2).

Untuk lebih tepatnya, misalkan *i1,i2 ... in*, adalah indikasi untuk sekumpulan n saham (n,k adalah integer positif) tidak dalam urutan berdasarkan 2^k, sedemikian rupa sehingga untuk setiap indeks ij, i_j mod $2^k \leq i_{j+1}$ mod 2^k untuk $j \in \{1,...,n\}$. Selanjutnya, indeks dipartisi ke dalam dua set, S dan L yang merepresentasikan indeks-indeks saham dengan posisi short dan long, secara berurutan. Proporsi yang dialokasikan untuk saham dengan indeks ij,xj dapat dihitung sebagai berikut. Misalkan L(j) adalah indeks pertama dari sebuah posisi long mengikuti ij, sedemikian rupa sehingga i_j mod $2^k \leq i_{j+1}$ mod 2^k untuk $j \in \{1,...,n\}$. Maka:

$$x_j = \frac{\left((a\,x\,(i_{L(j)} - i_j) + b\,x \sum_{\substack{s\in S \\ j\leq s<L(j)}} (i_{L(j)} - i_s)) \; mod\ 2^k \right)}{2^k} \qquad (3)$$

Dengan a=-1,b=0 jika $j \in S$, dan a=1,b=1 jika sebaliknya.



jumlah alokasi untuk saham 0-4 (berurutan):
.125 + -.25 + -.125 + .625 + .625 = 1.00

Gambar 2. Contoh Alokasi Berdasarkan Ber-dasarkan Representasi Struktur Data

Secara piktorial, xj adalah proporsi dari roda antara index ij, dan saham berikutnya, sebagai tambahan ke proporsi dari apapun blok posisi *short interval* tersebut. Hal ini menunjukan bahwa *resource* dari penjualan *short* sebuah saham digunakan untuk membeli saham tambahan untuk posisi *long* yang indeksnya mendahului indeks saham *short* tersebut (atau dengan kata lain saham *long* yang membungkus saham *short* tersebut). Gambar 2 adalah sebuah contoh representasi ini untuk k=3 dan n=5.

Keuntungan representasi ini adalah bahwa $\Sigma_{j\in L}\, x_j + \Sigma_{j\in S}\, x_j = 1$, untuk setiap portofolio. Dengan demikian total investasi yang direpresentasikan oleh sebuah kromosom akan selalu seratus persen dari uang/*resource* yang tersedia. Hal ini membuat tidak mungkin akan terjadi solusi yang tidak *feasible*, yang berarti pula tidak akan ada individu dalam populasi yang terbuang percuma. Selanjutnya, kemungkinan penggunaan fungsi penalti dalam *fitness function* dan konsekwensinya terhadap evolusi yang tidak dapat diprediksi, dapat dihindari. Secara umum, representasi ini membuat GA lebih efisien. Model representasi tidak langsung seperti ini seharusnya dapat juga digunakan untuk banyak problem optimasi yang lain dimana alokasi proporsi mungkin bernilai positif atau negatif dan harus dijumlah untuk mendapatkan nilai tertentu.

Efek lain yang menarik akibat dari representasi model ini adalah sensitivitas dari populasi GA yang efisien naik dalam mutasi dan *crossover rate*. Sebuah perubahan dalam indeks dari salah satu saham biasanya berdampak terhadap satu atau dua alokasi saham lain. Parameter parameter GA seperti jumlah populasi, jumlah generasi, *crossover rate*, *mutation rate*, metode seleksi dan lain-lain dapat di-*input*-kan oleh *user* sebelum aplikasi dijalankan.

PENGUJIAN

Eksperimen yang dilakukan menggunakan data *sampel* dari 5 saham, kemudian dibandingkan dengan hasil yang didapatkan dari penggunaan teknik *quadratic programming* dengan bantuan sebuah *software add-in* di MS Excel untuk menunjukan keunggulan optimasi secara simultan terhadap *risk and return*.

Data tersebut didapatkan selama periode 1/1/1994 sampai dengan 31/1/1995. Demi kepentingan penelitian lebih lanjut saham ini yang mewakili beberapa industri yang berbeda selanjutnya disebut saja dengan nama TLX, INX, SMX, KAX dan, ANX.

Tabel 3. Matrik Covariance Saham Sampel

	TLX	INX	KAX	SMX	ANX
TLX	2.24				
INX	1.36	2.14			
KAX	0.07	-0.10	1.1		
SMX	0.55	0.44	-0.02	0.68	
ANX	0.68	0.67	0.44	0.24	1.39

Tabel 4. Return Pertahun Saham Sampel

TLX	INX	KAX	SMX	ANX
0.433	-1.573	1.219	0.159	-0.094

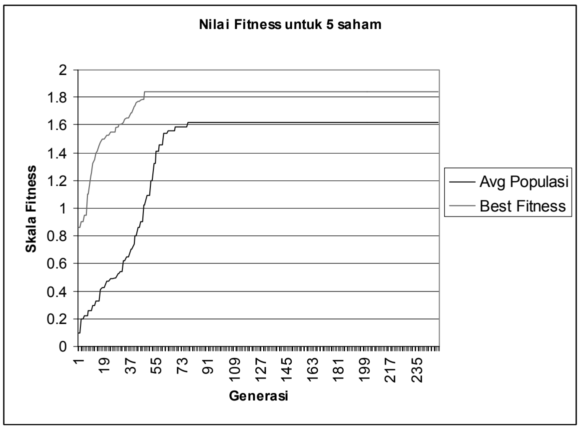
Data tabel 3 adalah data matrik covariance saham *sampel* yang dimaksud, sedangkan tabel 4 adalah tabel *return* pertahun untuk masing masing saham tersebut. Alokasi yang didapatkan dengan menggunakan metode *quadratic programming* di MS Excel dapat dilihat pada tabel 5.

Tabel 5. Alokasi Reosurce dengan Quadratic Programming

TLX	INX	KAX	SMX	ANX
-0.09	0.159	0.25	0.55	0.2

Tingkat *return* dari kombinasi ini dalah .17, dengan resiko minimum , σ_{rp}^2, of .435.

Aplikasi GA diuji coba dengan 5 kali eksekusi menggunakan parameter k=6 dan n=5, sehingga direpresentasikan oleh 35 bit per-kromosom dan 7 bit persahamnya. Eksekusi GA dilakukan sampai 250 generasi menggunakan populasi sebesar 250 individu.



Gambar 3. Pergerakan Nilai Fitness dalam Populasi

Alokasi proporsi yang didapatkan dengan eksekusi ini ditunjukan dalam tabel 6. alokasi tersebut mendapatkan tingkat *return* sebesar 0.49 dengan resiko minimum, σ_{rp}^2, sebesar 0.372. Sehingga dengan memeperbandingkan keduanya dapat disimpulkan dalam kasus ini terlihat GA dapat menemukan solusi yang lebih baik dibanding *quadratic programming.*

Tabel 6. Alokasi Resource dengan Menggunakan GA

TLX	INX	KAX	SMX	ANX
0.0	0.047	.422	.516	0.016

KESIMPULAN

Dari hasil uji coba yang dilakukan, GA menunjukan hasil yang cukup memuaskan dengan solusi kombinasi portofolio yang memberikan *return* dan resiko lebih baik dibanding metode tradisional *quadratic programming*. Dalam *quadratic programing* resiko harus ditahan konstan, kemudian algoritma bergerak untuk memeperoleh return yang maksimal, atau sebaliknya *return* di tahan konstan kemudian algoritma bergerak meminimalkan resiko. Sedangkan dalam GA dimungkinkan pergerakan secara berbarengan dalam memaksimalkan return dan meminimalkan resiko.

Namun demikian disadari data yang digunakan masih dalam rentang waktu yang terlalu pendek, penelitian lanjutan masih diperlukan dengan menggunakan data yang lebih panjang dan kombinasi saham dalam jumlah yang lebih besar. Kemudian dimungkinkan untuk dikembangkan sebagai sebuah alat *data mining* untuk mencari trend sehingga dapat digali informasi-informasi lain yang menarik yang akan sangat berguna dalam pengambilan keputusan investasi.

DAFTAR PUSTAKA

1. A. S. Wu and I. Garibay. *The proportional genetic algorithm: Gene expression in a genetic algorithm.* Genetic Programming and Evolvable Hardware. In press. 2002.

2. Freedman, Roy S and Digiorgio, Rinaldo, *A Comparison of Stochastic Search Heuristics for portfolio optimization*, Inductive Solution Inc, New York, NY.

3. Haugen, R.A., *Modern Investment Theory*, Prentice Hall Inc.,Englewood Cliffs, N.J., 1993.

4. Markowitz, H.M., *Portfolio Selection,* Basil Blackwell, Inc. Cambridge, MA., 1991.

5. Smith, H.A*., Data Structures: Form and Function*, Harcourt Brace Jovanovich, Inc. San Diego, CA., 1987.